

Estudio Bidimensional del Flujo en Rejillas

Prof. Miguel ASUAJE

Marzo 2012

Contenido

ESTUDIO BIDIMENSIONAL DEL FLUJO EN REJILLAS

- Generalidades
- Perfiles Aerodinámicos
- Nomenclatura de la Rejillas
- Análisis de Fuerzas en Rejillas
- Pérdidas de Energía
- Sustentación y Resistencia

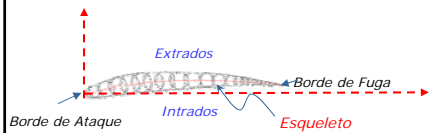
Definiciones. Álabes

Los álabes

Se pueden definir como cada una de las paletas de forma curva de un rotor de una turbomáquina.

Forma aerodinámica responsable de la transformación de energía entre el fluido y la máquina.

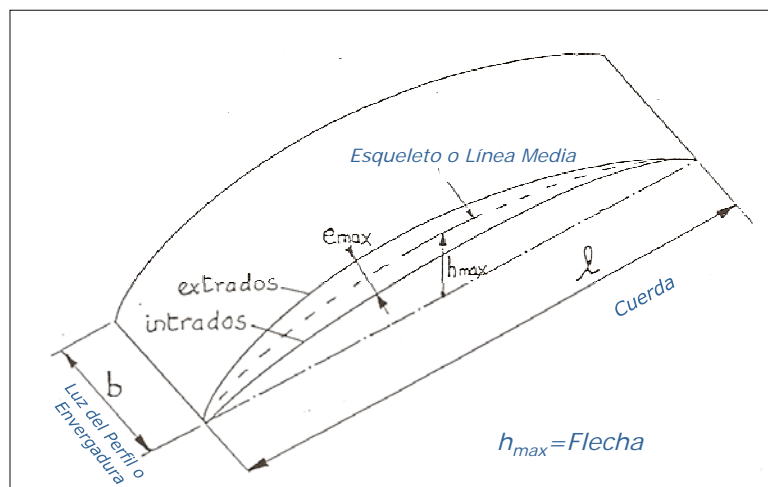
La forma de las paletas o álabes se define según un perfil aerodinámico



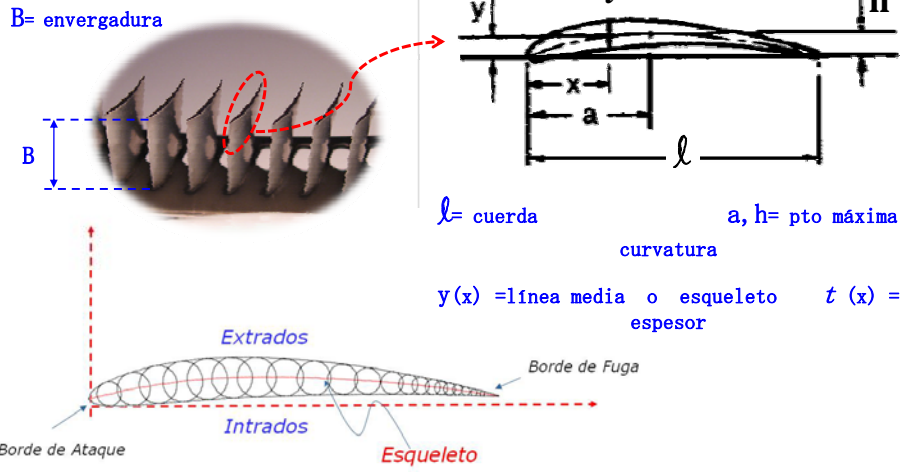
Un Perfil Aerodinámico

es un contorno cerrado, alargado en la dirección del flujo que se caracteriza por un borde de ataque redondeado y por un borde de fuga aguzado. Presenta una distribución uniforme de espesores a lo largo de una línea denominada esqueleto

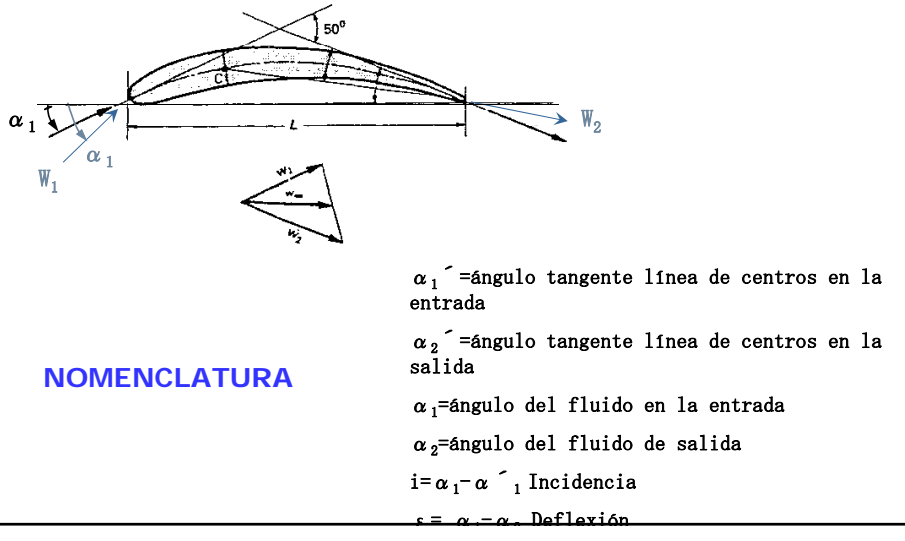
Parámetros geométricos de un perfil



Nomenclatura del Perfil

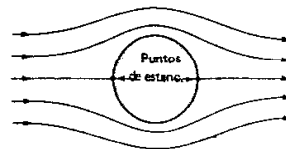
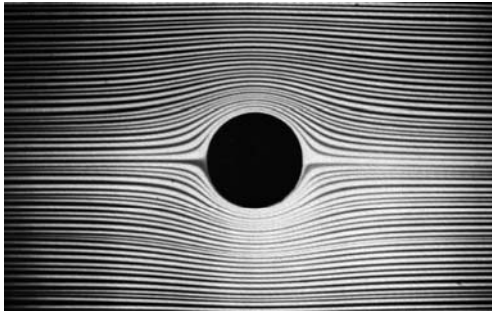


Perfiles Aerodinámicos



Principio de Funcionamiento Flujo Alrededor de Perfiles

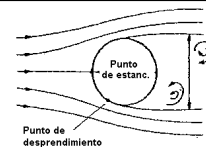
*Cilindro sumergido en una corriente
uniforme de fluido ideal*



¿¿¿Cuál es la Dirección del Flujo???

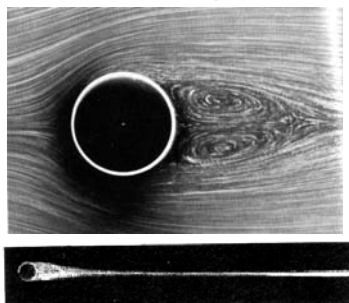
*Distribución de Presiones simétrica
No hay resistencia al movimiento, por lo tanto la fuerza de arrastre es nula*

Flujo Alrededor de Perfiles



Cilindro sumergido en una corriente uniforme de fluido real

Flujo muy lento



Vórtices gemelos

Flujo rápido

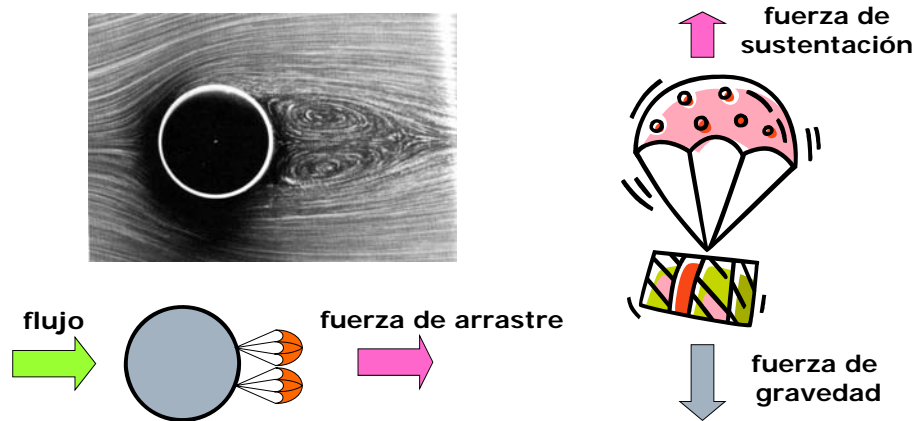


Vórtice Karman

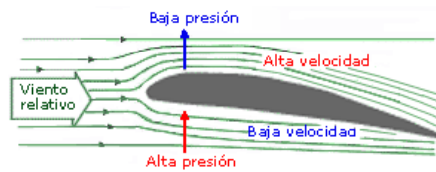
*Distribución de Presiones no simétricas.
Hay resistencia al movimiento, Desprendimiento y capa límite
Se genera fuerza de arrastre y de sustentación*

Drag force is caused by vortex

- Los vórtices actúan como paracaídas!



Perfiles aerodinámicos. Flujo alrededor de un perfil



Flujo Ideal sobre un perfil Aislado

Flujo Real sobre un perfil Aislado

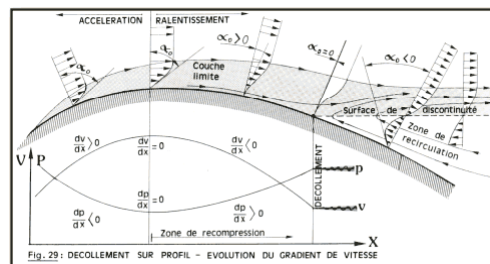


Fig. 29: DECOULEMENT SUR PROFIL - EVOLUTION DU GRADIENT DE VITESSE

Perfiles aerodinámicos. Flujo alrededor de un perfil

Las principales fuerzas que actúan sobre el Perfil son:
Sustentación
Arrastre
Peso

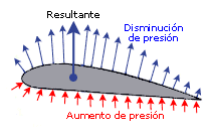


Fig.1.3.8 - Centro de presiones.

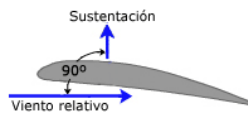


Fig.1.3.14 - Resistencia inducida.

L = Fuerza de sustentación

D = Fuerza de arrastre



$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho c_m^2 l \times 1}$$

Coefficiente de sustentación

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho c_m^2 l \times 1}$$

Coefficiente de arrastre



Ecuaciones de Flujo

En la dirección del Flujo

Bernoulli (Sin fricción)

$$\rho dA \left[\left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) ds + v \frac{\partial v}{\partial s} ds \right] - \rho g dA dz = \rho C ds \left[\left(\frac{dv}{dt} \right) ds \right] - (\rho dA)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial s} = 0$$

a lo largo de una línea de corriente

$$\frac{p}{\rho} + \frac{C^2}{2} + gz = \text{cte}$$

¿Qué fuerzas intervienen?

- ✓ Gravitatoria
- ✓ Presión
- ✓ Fricción

Cumpliendo la segunda ley de Newton ...

$$\sum F_x = m \ddot{a}$$

X: dirección principal del flujo

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + z \right) + \frac{4f_v}{\gamma D} = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} = 0$$

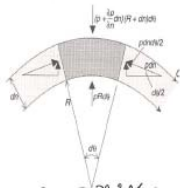
Velocidad Prom.

Ecuaciones de Flujo

En la dirección Perpendicular al Flujo

Ecuación Euler-n (o Euler Perpendicular)

Lo que queremos hacer, es un balance de fuerzas en la dirección \perp a la línea de corriente.

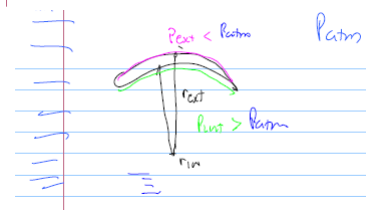


BALANCE DE FUERZAS en \perp a la línea de corriente

$$\left(p + \frac{\partial p}{\partial n} dn\right) (R + dn) d\theta - p r d\theta - 2(p \rho dn) \frac{C^2}{2} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho \frac{C^2}{R}$$

p_{atm}



Ecuaciones de Flujo

En la dirección Perpendicular al Flujo

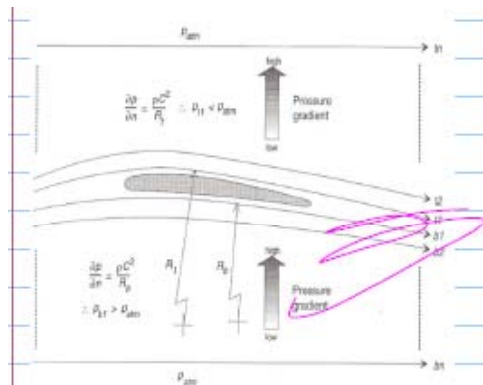


Figure 2.4. Lift on an airfoil and the Euler-n equation.

Aerodinámica en Perfiles

Muchos parámetros influyen en el comportamiento de los perfiles

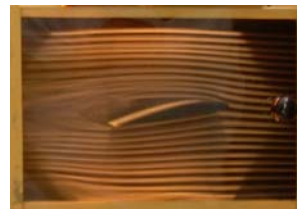
Geométricos

Termodinámicos

Fluidodinámicos

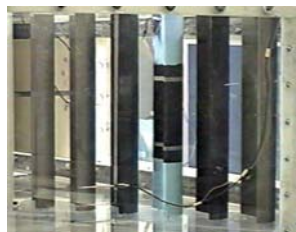
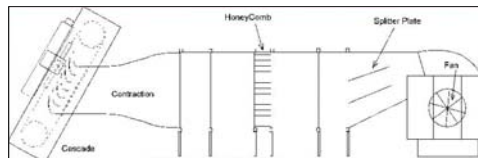
- La predicción de la fuerza de arrastre y de sustentación, que son el principio de transferencia de energía en las turbomáquinas, se hace extremadamente difícil
-

NACA 4 dígitos
NACA 5 dígitos
NACA Serie 6
NACA Serie 6A
NACA Serie 7



Métodos de Trazado y Análisis de Perfiles (flujo bidimensional)

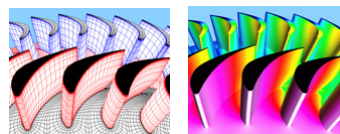
Métodos Experimentales



Métodos Matemáticos

- Flujo Potencial
- Transformación conforme
- Singularidades

Métodos de simulación computacional

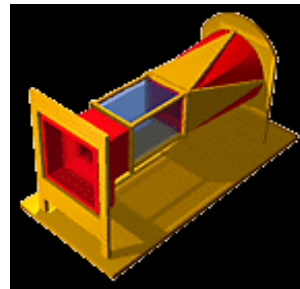


Métodos Experimentales



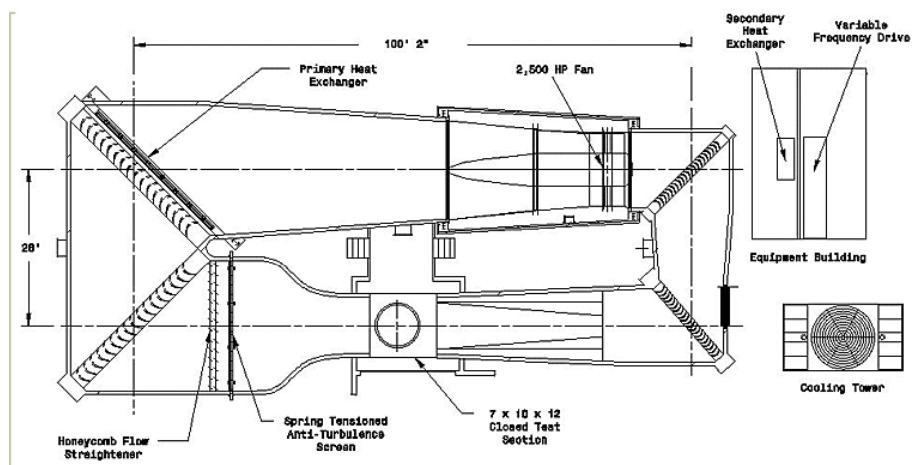
Modelos de Perfiles

Tunel de Viento



Estudio de los Perfiles

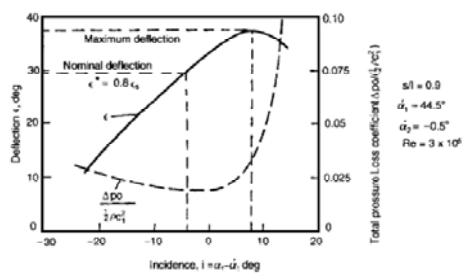
Experimental. El Tunel de Viento



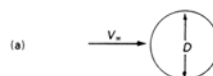
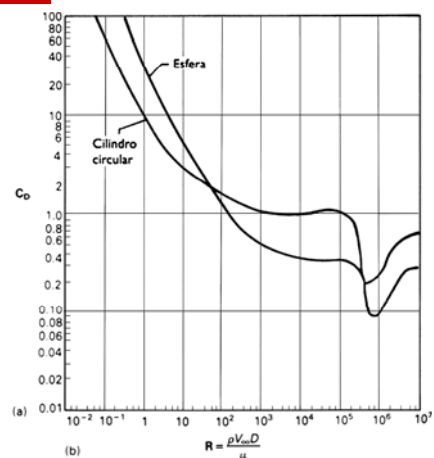
Estudio Experimental El Tunel de Viento



Coeficientes de sustentación



$s/l = 0.9$
 $\alpha'_1 = 44.5^\circ$
 $\alpha'_2 = -0.5^\circ$
 $Re = 3 \times 10^6$

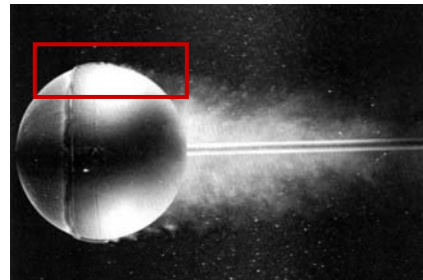
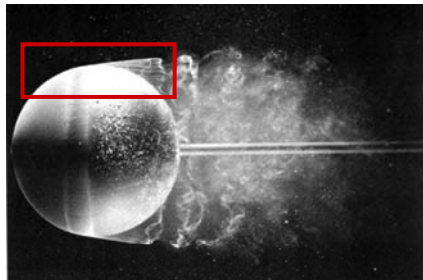


$$Re = \frac{\rho u d}{\mu}$$

Vórtice en una esfera

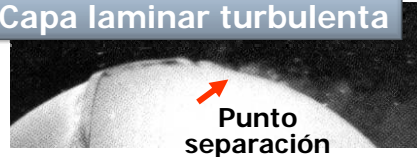
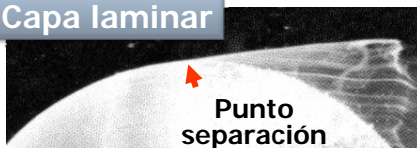
Re=15,000

Re=30,000



Capa laminar

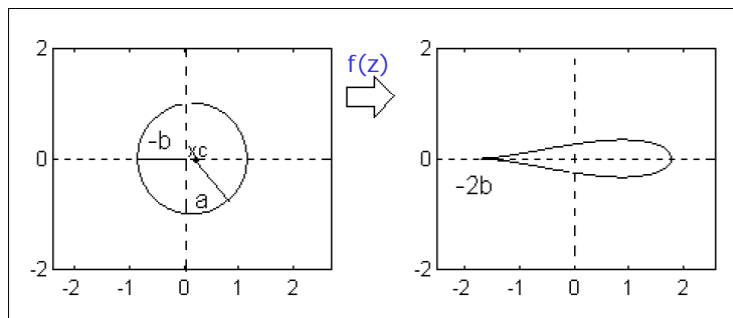
Capa laminar turbulenta



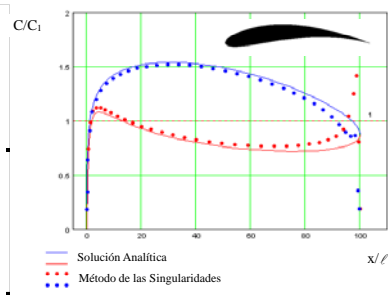
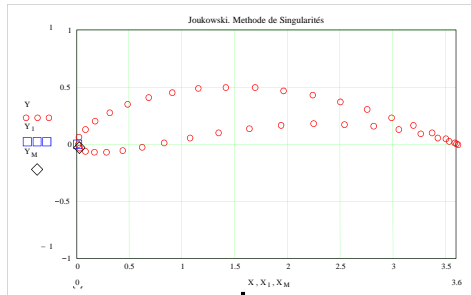
Método Analítico. Perfil Joukowski

La transformación de Joukowski en el plano complejo, es la más simple de un conjunto de transformaciones de la forma:

$$z' = f(z) = z + \frac{a_1}{z} + \frac{a_2}{z^2} + \frac{a_3}{z^3} + \dots \quad \text{Joukowski} \rightarrow \boxed{z' = f(z) = z + \frac{b^2}{z}}$$



Aerodinámica en Perfiles



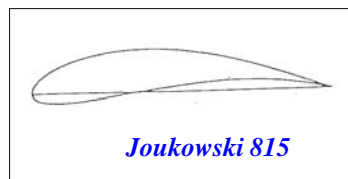
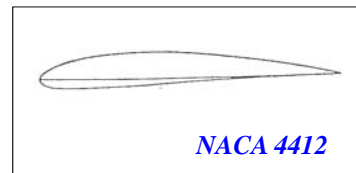
Campo de velocidad alrededor de un perfil Joukowski aislado $b = 0,9 \beta = 10^\circ$

El coeficiente de Sustentación

$$C_L = 2 \cdot \pi \cdot \sin(\alpha - \beta)$$

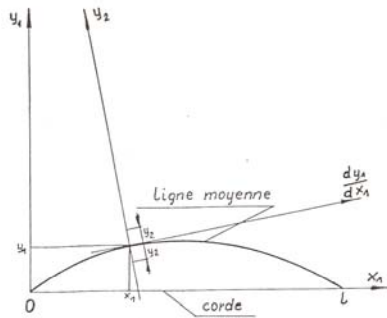
Familias de Perfiles

Generalmente diseñados con métodos experimentales



Las formas son representadas en tablas numéricas o expresiones matemáticas ...

Construcción de perfiles. NACA 65



$\frac{x_1}{L}$ (en Σ)	$\frac{y_1}{L}$ (en Σ)	$\frac{dy_1}{dx_1}$
0	0	
0,5	0,250	0,42120
0,75	0,350	0,38875
1,25	0,535	0,34770
2,5	0,930	0,29155
5,	1,580	0,23430
7,5	2,120	0,19995
10	2,585	0,17485
15	3,385	0,13805
20	3,980	0,11030
25	4,475	0,08745
30	4,860	0,06745
35	5,150	0,04925
40	5,355	0,03225
45	5,475	0,01595
50	5,515	0
55	5,475	-0,01595
60	5,355	-0,03225
65	5,150	-0,04925
70	4,860	-0,06745
75	4,475	-0,08745
80	3,980	-0,11030
85	3,385	-0,13805
90	2,585	-0,17485
95	1,580	-0,23430
100	0	

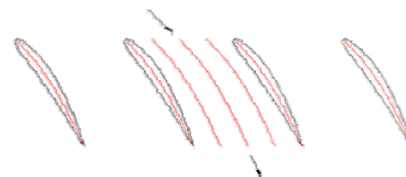
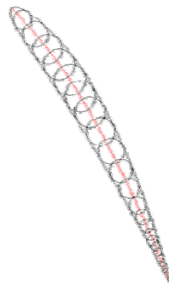
$\frac{x_2}{L}$ (en Σ)	$\frac{y_2}{L}$ (en Σ)
0	0
0,5	0,772
0,75	0,932
1,25	1,149
2,50	1,574
5	2,177
7,50	2,847
10	3,040
15	3,666
20	4,143
25	4,503
30	4,760
35	4,924
40	4,996
45	4,963
50	4,812
55	4,530
60	4,146
65	3,682
70	3,156
75	2,584
80	1,987
85	1,385
90	0,810
95	0,306
100	0

Línea Media

Ley de Espesores

Generación de perfiles

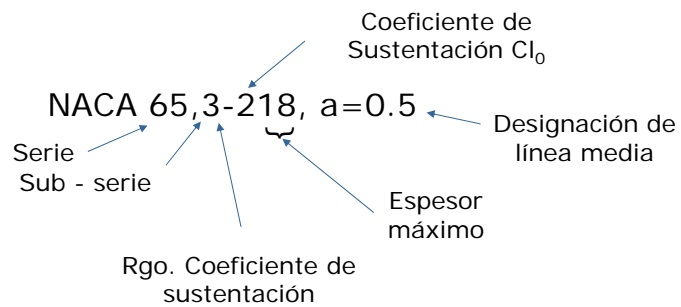
- Se genera una línea media que, teóricamente, indica la trayectoria del flujo a través de la Rejilla de álabes, o más general, que es responsable de la deflexión que experimenta el flujo en su interacción dinámica con el perfil.



- Se genera una distribución de espesores independiente de la línea media. La principal función de la distribución de espesores es soportar los esfuerzos resultantes de la interacción del álabe con el flujo, sin embargo por la interferencia que significa su presencia su forma debe ser tal que se minimice el desprendimiento del flujo.

Perfiles NACA Serie 6

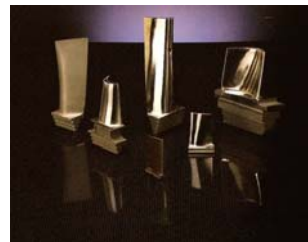
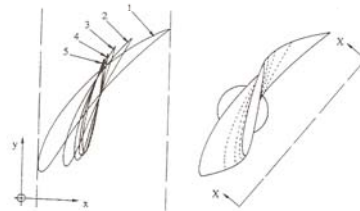
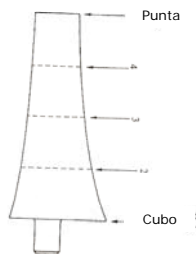
La serie 6 de los perfiles NACA consiste en un método para la generación de una línea media a partir de parámetros especificados en el código del perfil. Esta serie presenta a su vez un conjunto de subseries (61, 62, 63, 64, 65) para especificar el tipo de distribución de espesores. En compresores los perfiles NACA 65 y los NACA 65A son frecuentemente preferidos.



Los Perfiles 3D

Los Perfiles cambian con el radio...

EN:
Tamaño
Forma
Calado



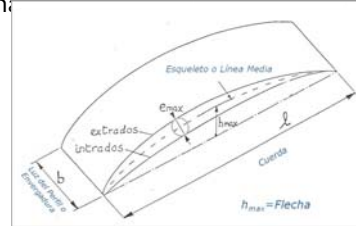
Números adimensionales para un perfil. Coeficientes de Análisis

En un perfil de geometría determinada se definen los siguientes coeficientes adimensionales:

$$A = l \cdot b \quad A^* = \frac{A}{b} = \frac{b \cdot l}{b} = l$$

$$C_z = \frac{\frac{F_z}{A^*}}{\rho \frac{V_\infty^2}{2}} = \frac{F_z}{\rho \frac{V_\infty^2}{2} l}$$

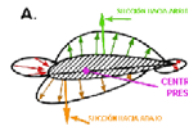
Coeficiente de sustentación.



Centro de presiones es función de α y Re .

$$C_x = \frac{\frac{F_x}{A^*}}{\rho \frac{V_\infty^2}{2}} = \frac{F_x}{\rho \frac{V_\infty^2}{2} l}$$

Coeficiente de arrastre.



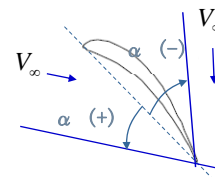
$$C_M = \frac{\frac{M}{A^*}}{\rho \frac{V_\infty^2}{2}} = \frac{M}{\rho \frac{V_\infty^2}{2} l^2}$$

Coeficiente de Momento.

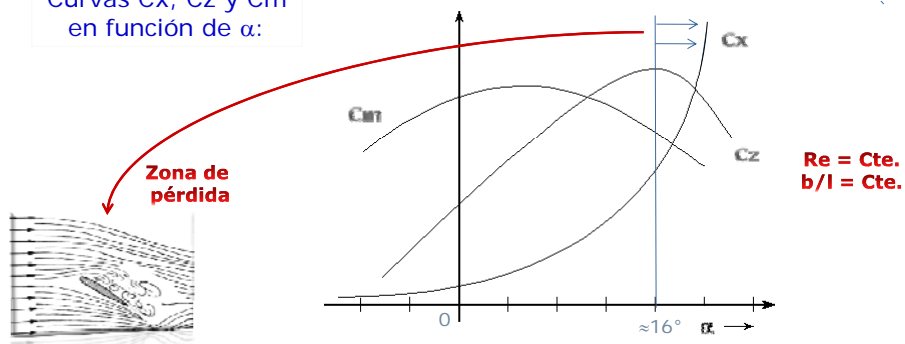
V_∞ ... Velocidad relativa al álabe

Representación de los coeficientes

Estos coeficientes se presentan de tres formas distintas, en tablas, en forma de curva polar y en forma de curva C_x , C_z y C_m en función de i .



Curvas C_x , C_z y C_m en función de α :



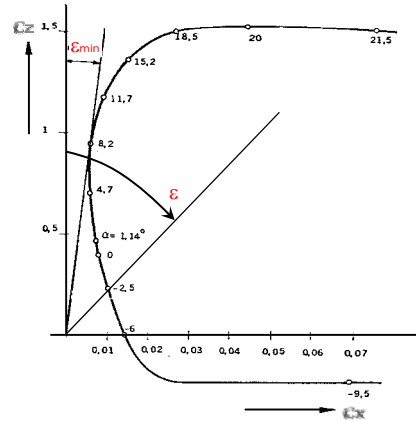
Representación de los Coeficientes

Curva Polar:

Fineza Aerodinámica

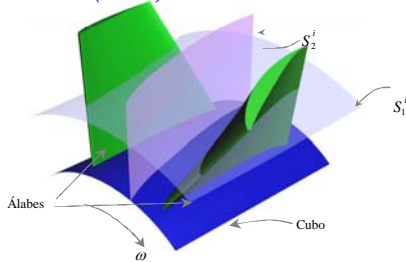
$$\omega = \text{ctg}(\varepsilon) = \frac{C_z}{C_x}$$

ω nos expresa la fineza hidrodinámica o el rendimiento del ala.
Al trazar una recta tangente a la curva polar que pase por el origen obtenemos el ángulo de plano óptimo, ω^* . El ángulo " α " correspondiente a la tangencia será el ángulo de incidencia óptimo, es decir el ángulo que proporciona la relación mínima del arrastre al empuje.



Las Rejillas de Álabes

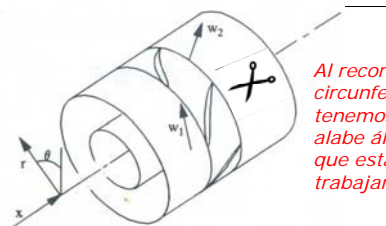
Wu (1952)



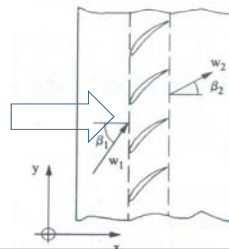
Plano S1: álabe a álabe



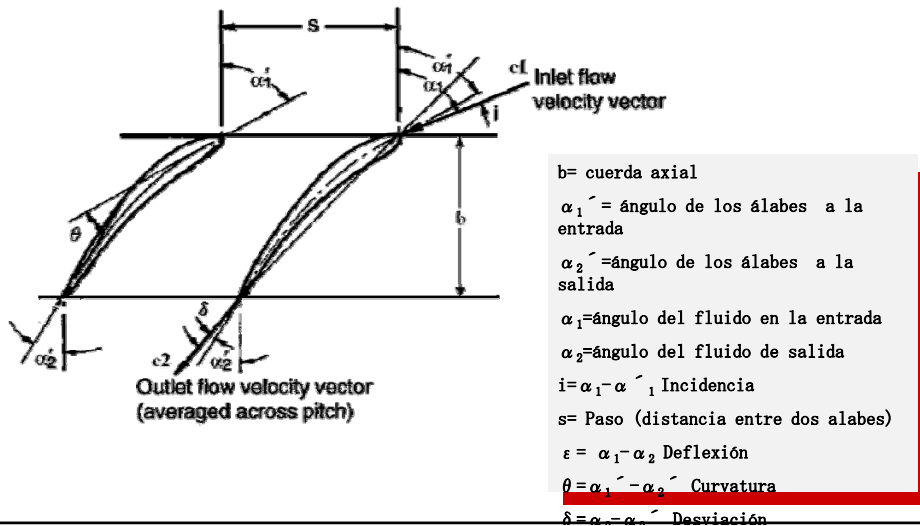
Transformación del plano circular a una rejilla de álabes



Al recortar el plano circular tenemos el plano alabe álabe en el que estaremos trabajando

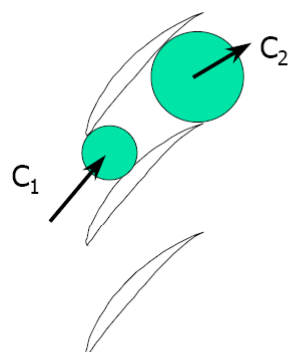
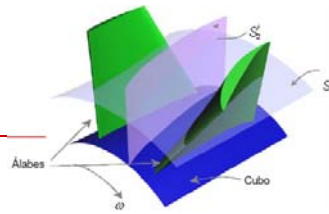


Nomenclatura de la Rejilla

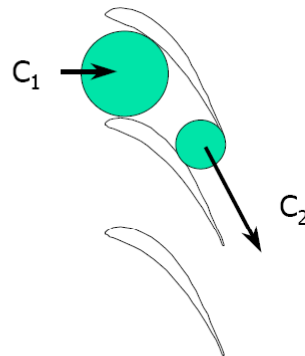


Álabes en rejillas

1. Tipos de Rejillas Planas :



Rejilla de Difusión



Rejilla de Aceleración

La Transformación Energética

Aceleración y deceleración

Reducción de la Presión Estática

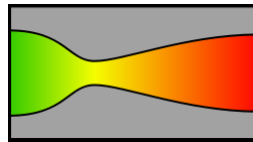
Reducción de Velocidad



Incremento de la Velocidad



Incremento en la Presión Estática



$$\frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \approx cte$$

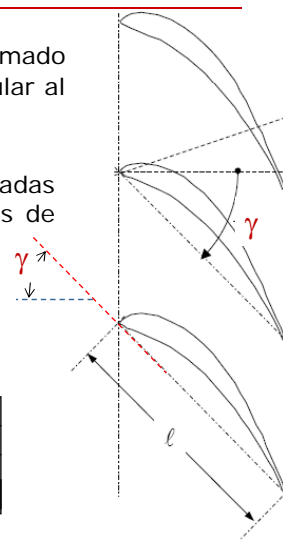
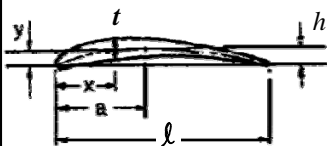
Nomenclatura de la Rejilla

El **ángulo de calado** γ representa el ángulo formado por la prolongación de la cuerda y la perpendicular al plano frontal de la Rejilla

Para pequeñas relaciones de b/l , como las utilizadas en algunas Rejillas de compresores, los ángulos de entrada y salida son:

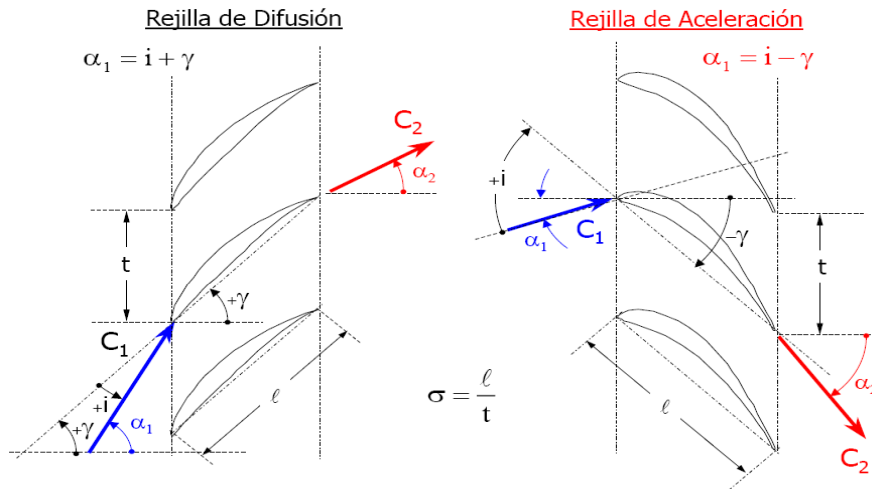
$$\alpha'_1 = \gamma - \tan^{-1} \left[\frac{h/l}{(a/l)^2} \right]$$

$$\alpha'_2 = \gamma - \tan^{-1} \left[\frac{h/l}{(1-a/l)^2} \right]$$

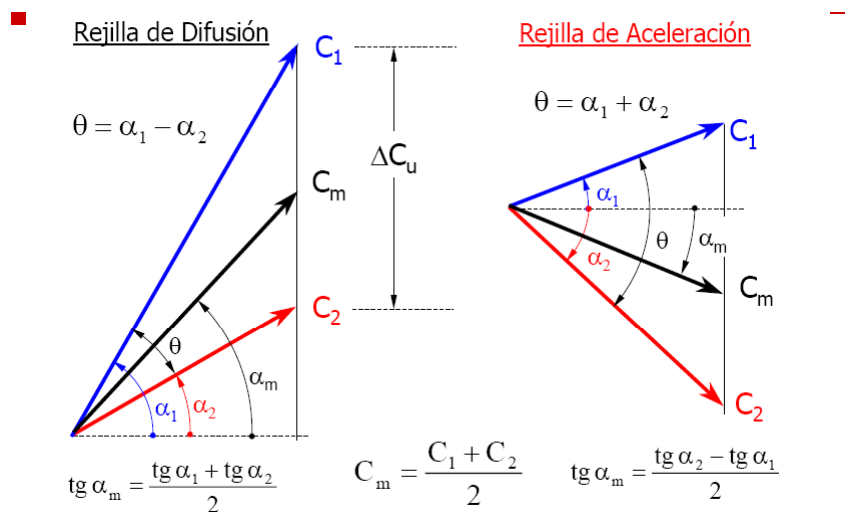


Álabes en rejillas

Definiciones geométricas:



Álabes en rejillas



Análisis de Fuerzas en Rejillas

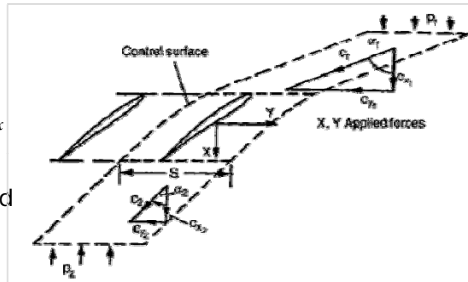
- Hipótesis
- Incompresible → La mayoría de los ensayos se realizan para Mach muy bajos (ej. 0.3) donde los efectos de compresibilidad son despreciables
 - Estacionario → Valido para una corona aislada. En una TMT el movimiento relativo entre las coronas lo hacen no estacionario, pero es una buena aprox.
 - $A_1 = A_2 = S \times 1$

Por continuidad:

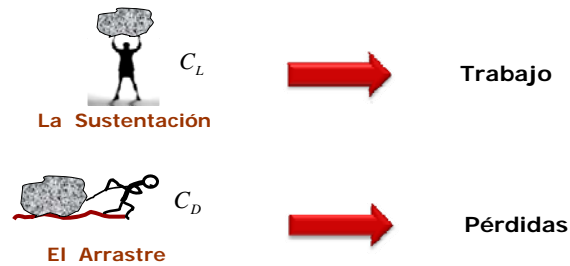
$$c_1 \cdot \cos(\alpha_1) = c_2 \cdot \cos(\alpha_2) = c_x$$

Aplicando la ecuación de cantidad de movimiento en X y Y:

$$\left. \begin{aligned} X &= (P_2 - P_1)S \\ Y &= \rho S C_x (C_{y1} - C_{y2}) \end{aligned} \right\} \text{Fuerzas sobre el fluido}$$



SUSTENTACIÓN Y RESISTENCIA



En el diseño y en la operación de una Turbomáquina se busca maximizar la sustentación y minimizar el arrastre.

Pérdidas de Energía

Un fluido real experimenta pérdidas al atravesar la Rejilla, por lo tanto:

$$\frac{\Delta P_0}{\rho} = \frac{P_1 - P_2}{\rho} + \frac{1}{2}(c_1^2 - c_2^2)$$

Sabiendo que:

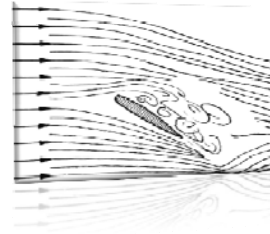
$$(c_1^2 - c_2^2) = (c_{y1}^2 + c_x^2) - (c_{y2}^2 + c_x^2) = (c_{y1} + c_{y2})(c_{y1} - c_{y2})$$

Podemos reescribir la caída de presión, basándonos en las fuerzas **X** y **Y** presentadas anteriormente:

$$\frac{\Delta P_0}{\rho} = \frac{1}{\rho S} (-X + Y \cdot \tan(\alpha_m))$$

Donde:

$$\tan(\alpha_m) = \frac{1}{2}(\tan(\alpha_1) + \tan(\alpha_2))$$



Pérdidas de Energía

Coefficiente de pérdidas de P_{total} en la rejilla:

$$\zeta = \frac{\Delta P_0}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_x^2} \quad \varpi = \frac{\Delta P_0}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_1^2}$$

Coefficiente de aumento de presión (estática):

$$C_p = \frac{P_2 - P_1}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_x^2} = \frac{X}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot c_x^2}$$

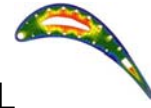
Coefficiente de fuerza tangencial:

$$C_f = \frac{Y}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot c_x^2} = 2 \cdot (\tan(\alpha_1) - \tan(\alpha_2))$$

$$C_p = C_f \cdot \tan(\alpha_m) - \zeta$$

Ejemplo

FLUIDODINÁMICA EN REJILLA MOVIL



Estimar t/l para la rejilla de un ventilador con C_L de 0.8, dado que la relación de $C_L/C_D=30$. Calcular el coeficiente de pérdida ζ , dado:

$$\beta_1 = 65^\circ \quad \beta_2 = 60^\circ$$

Respuesta:

Primero se calculan β_m y coeficiente de arrastre C_D para luego obtener s/l y finalmente despejar el coeficiente de pérdida de la fórmula de coeficiente de arrastre.

$$\beta_m = \arctan((\tan(65^\circ) + \tan(60^\circ)) / 2) = 62.71^\circ \quad C_D = \frac{C_L}{30} = 0.02667$$

$$\frac{s}{l} = \frac{C_L + C_D \cdot \tan(\beta_m)}{2(\tan(\beta_1) - \tan(\beta_2)) \cos(\beta_m)} = 2.252 \quad \zeta = \frac{C_D}{\left(\frac{s}{l}\right) \cdot \cos^3(\beta_m)} = 0.123$$

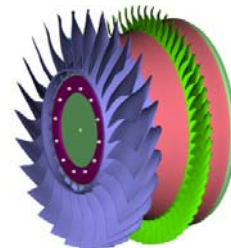
Rendimiento de una Rejilla de Compresor. Howell

Al igual que en un difusor (para **flujo incompresible... una etapa**), el rendimiento de una Rejilla de álabes de un compresor puede definirse como...

$$\eta_D = \frac{P_2 - P_1}{\frac{1}{2} \rho (c_1^2 - c_2^2)} = 1 - \frac{\Delta P_0}{\rho \cdot c_x^2 \cdot \tan(\alpha_m) \cdot (\tan(\alpha_1) - \tan(\alpha_2))}$$

Recordando las definiciones de los coeficientes de pérdidas de presión total y del coeficiente de fuerza tangencial, podemos decir...

$$\eta_D = 1 - \frac{\zeta}{C_f \cdot \tan(\alpha_m)}$$



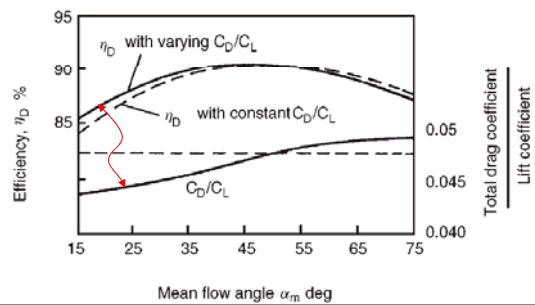
Rendimiento de una Rejilla de Compresor. Howell

La ecuación anterior puede ser derivada en función de α_m , para encontrar el valor del ángulo medio óptimo...

$$\frac{\partial \eta_D}{\partial \alpha_m} = \frac{4 \cdot C_D \cdot \cos(2 \cdot \alpha_m)}{C_L \cdot \sin^2(2 \cdot \alpha_m)} = 0 \Rightarrow \alpha_{m_{op}} = 45^\circ$$

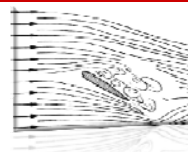
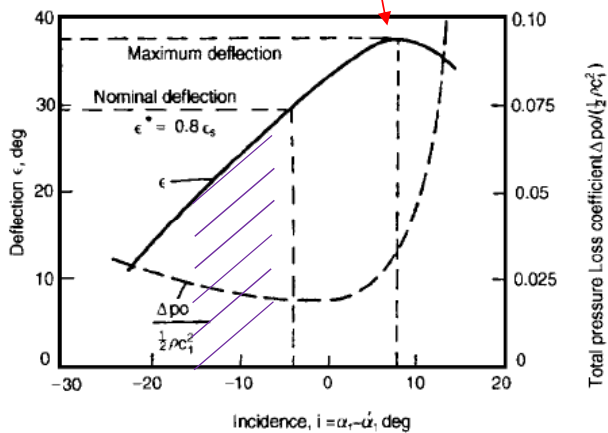
Para este valor de $\alpha_{m_{op}}$...

$$\eta_{D_{max}} = 1 - \frac{2 \cdot C_D}{C_L}$$



Actuación de una Rejilla de Compresor. Howell

Pérdidas por perfil



$s/l = 0.9$
 $\alpha_1 = 44.5^\circ$
 $\alpha_2 = -0.5^\circ$
 $Re = 3 \times 10^6$

Comúnmente se dice que el límite es la deflexión nominal, 80% de la deflexión en Stall. El Stall o desprendimiento de define cuando se alcanza una incidencia que produce un coeficiente de pérdida el doble del mínimo.

Análisis en la rejilla de álabes. Howell

Howell también estableció que el punto nominal para cualquier rejilla de álabes corresponde, en cuanto al ángulo de deflexión ε , al 80% de la deflexión máxima que pueden alcanzar los álabes:

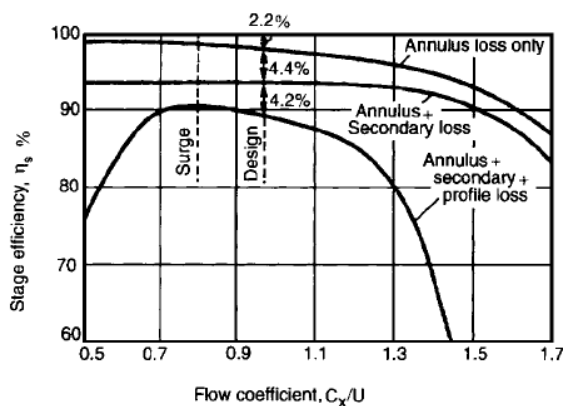
$$\varepsilon_{nominal} = 0.8\varepsilon_{max} = \varepsilon^*$$

Estableció también que la desviación nominal δ se define como:

$$\delta = \frac{m\gamma}{\sigma^{0.5}} \quad \sigma = \frac{l}{s}$$

Actuación de una Rejilla de Compresor. Howell

A las **pérdidas por perfil** se le debe añadir las **pérdidas por fricción superficial en el anillo de paso** (C_{Da}) y **pérdidas secundarias en el compresor** (C_{Ds})



$$C_{Da} = 0,02 \cdot \frac{s}{B} \quad \begin{matrix} s \text{ Paso} \\ B \text{ Envergadura} \end{matrix}$$

$$C_{Ds} = 0,018 \cdot C_L^2$$

Estimación de
Howell

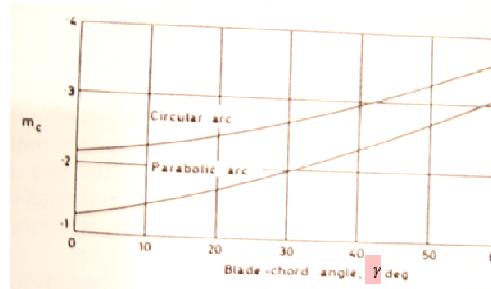
Análisis en la rejilla de álabes. Howell

m se obtiene a través de la siguiente gráfica y el ángulo de curvatura del álabes(γ)(calado) se obtiene a través de la relación:

$$\gamma = |\alpha_2' - \alpha_1'|$$

Además, este ángulo γ está relacionado con el ángulo de deflexión(θ) a través de los ángulos de incidencia(i) y desviación(δ):

$$\theta = \gamma - i - \delta$$



Todo este análisis Horlock lo estableció para las rejillas de álabes de la serie C Británica a bajas velocidades. 49

Análisis en la rejilla de álabes. Lieblein

Lieblein(1960) por su parte, trabajó con la serie de álabes **NACA-65** y su metodología de trabajo se basa en las correlaciones de incidencia y desviación.

Lieblein estableció la referencia del ángulo de incidencia para pérdidas mínimas como sigue:

$$i = i_0 + n\gamma$$

donde

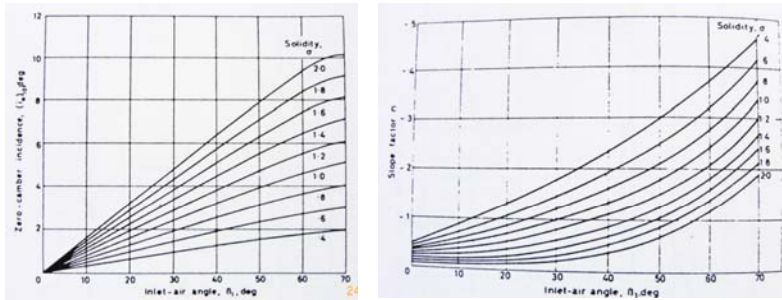
i_0 es el ángulo de incidencia cuando $\gamma=0$
 n es el factor de inclinación
 $(i_0)_{10}$ es el ángulo de incidencia cuando $\gamma=0$ para el 10% de espesor del álabes.
 $(k_i)_t$ factor de corrección por espesor
 $(k_i)_{sh}$ factor de corrección de forma para otro tipo de álabes

$$i_0 = (k_i)_{sh}(k_i)_t (i_0)_{10}$$

50

Análisis en la rejilla de álabes

Los valores de $(k_i)_t$, $(i_o)_{10}$ y n , se pueden obtener a través de los siguientes gráficos.



Los factores de forma $(k_i)_{sh}$ son iguales a: 1 para la serie NACA-65
 1.1 para la serie C circular
 0.7 para la serie DCA

51

Análisis en la rejilla de álabes



Los factores de forma $(k_i)_{sh}$ son iguales a: 1 para la serie NACA-65
 1.1 para la serie C circular
 0.7 para la serie DCA

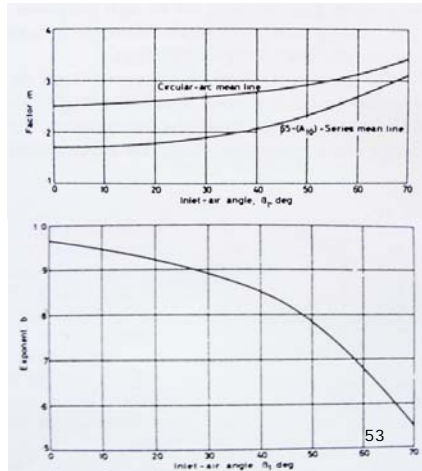
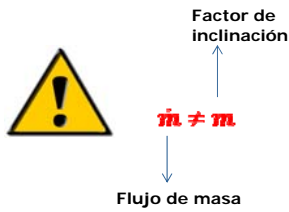
52

Análisis en la rejilla de álabes

El ángulo de desviación se expresa, para mínimos valores, como:

$$\delta = \delta_0 + \frac{m\gamma}{\sigma b}$$

Recordando igualmente que δ_0 corresponde a la desviación cuando la curvatura es cero.



Efectos tridimensionales en el flujo Turbomáquinas

